

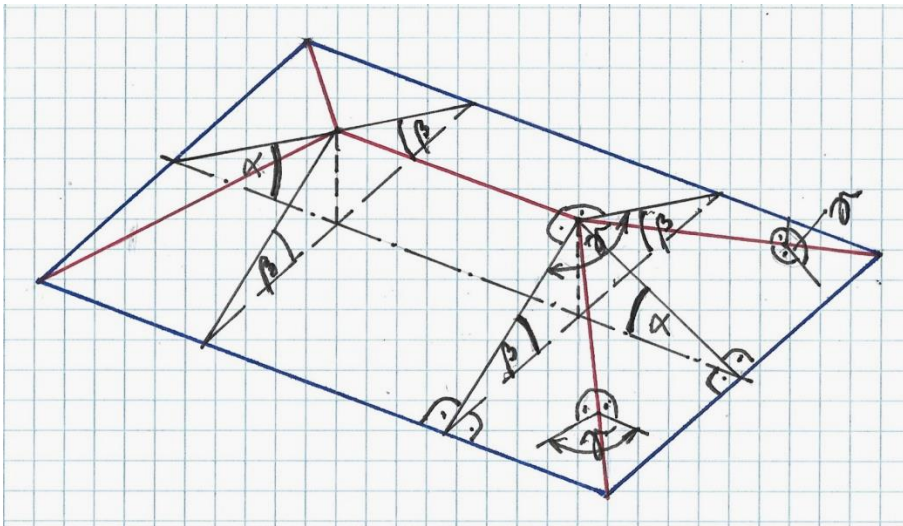
Egy szokatlan tetőfeladat

A feladat

Adott egy téglalap alaprajzú, szimmetrikus kontytető. A kontysíkok hajlásszöge α , a nyeregsíkoké β . A tetősíkok lapszögei egyenlők, nagyságuk γ . Határozzuk meg, hogy milyen tartományokban helyezkedhetnek el e szögek!

A megoldás

Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Az alapösszefüggés – ld. *) – :

$$\cos \gamma = -\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varepsilon , \quad (1)$$

ahol ε az ereszek közbezárt szöge. Minthogy itt a téglalapra

$$\varepsilon = 90^\circ , \quad (2)$$

ezért (1) és (2) - vel:

$$\cos \gamma = -\cos \alpha \cdot \cos \beta ; \quad (3)$$

mivel a taréjgerincnél lévő lapszög:

$$\gamma = 2 \cdot (90^\circ - \beta) = 180^\circ - 2 \cdot \beta , \quad (4)$$

így:

$$\cos(180^\circ - \beta) = -\cos(2 \cdot \beta) \quad (5)$$

miatt, (3) - mal is:

$$-\cos(2 \cdot \beta) = -\cos \alpha \cdot \cos \beta \rightarrow \cos(2 \cdot \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta. \quad (6)$$

Mint hogy α és β hegyesszögek, így koszinuszaik, majd ezek szorzata is pozitív, így:

$$\cos(2 \cdot \beta) > 0 \rightarrow 2 \cdot \beta < 90^\circ \rightarrow \underline{\underline{0^\circ < \beta < 45^\circ}}. \quad (7)$$

Most (6) - ból:

$$\cos \alpha = \frac{\cos(2 \cdot \beta)}{\cos \beta} \rightarrow \underline{\alpha(\beta) = \arccos\left[\frac{\cos(2 \cdot \beta)}{\cos \beta}\right]}, \quad \underline{\underline{0^\circ < \alpha < 90^\circ}}. \quad (8)$$

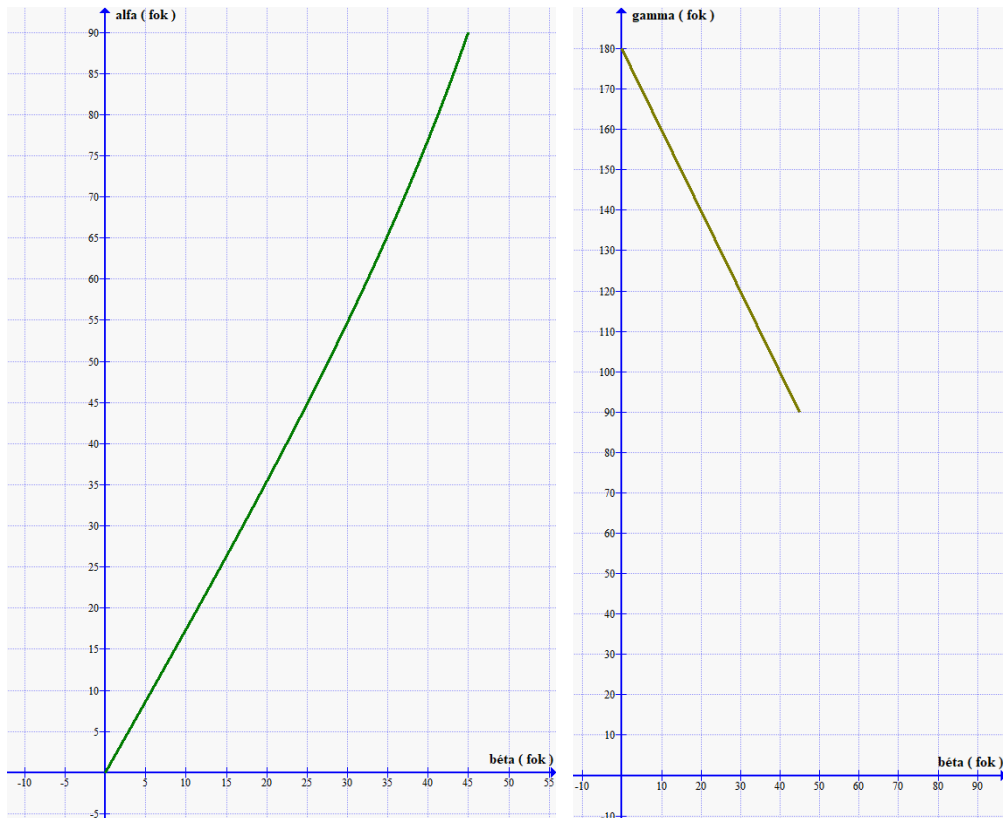
Majd (4) miatt:

$$\underline{\gamma(\beta) = 180^\circ - 2 \cdot \beta}, \quad (4^*)$$

így (7) miatt is:

$$\underline{\underline{90^\circ < \gamma < 180^\circ}}. \quad (9)$$

A kétszer aláhúzott eredmények a feladat megoldásai. A (8) és (9) összefüggést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

SZÁMPÉLDA

Adott: $\beta = 35^\circ$.

Keresett: $\alpha = ?$, $\gamma = ?$

$$\alpha(\beta = 35^\circ) = \arccos \left[\frac{\cos(2 \cdot 35^\circ)}{\cos 35^\circ} \right] \approx 65,3^\circ, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\alpha(\beta = 35^\circ) = 65,3^\circ.}} \quad (a)$$

$$\gamma(\beta = 35^\circ) = 180^\circ - 2 \cdot 35^\circ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\gamma(\beta = 35^\circ) = 110^\circ.}} \quad (b)$$

Megjegyzések:

M1. A szimmetria miatt az élgerinceknél a lapszögek mindenképpen egyenlők. Szintén a szimmetria miatt (4) is fennáll, tetszőleges – de értelmes – β - ra. Ekkor azonban már egy másik feladatról van szó.

M2. Azt nem gondoljuk igazán komolyan, hogy ezt a feladatot a gyakorlat használná. Viszont a képzés nem lehet mindig csak a gyakorlatra tekintettel: néha az elméletre is figyelni kell. Arról nem is szólva, hogy egy feltételnek néha érdekes következményei lehetnek.

M3. Nem kizárt, hogy az idők folyamán ez a feladat már előkerült. Mint tudjuk: „Egy újszülöttnak minden vicc új.”

Ajánlott olvasmány:

*) [Egy tetogeometriai alapkeplet skalaris levezetese.pdf \(galgoczi.net\)](http://www.galgoczi.net/tetogeometria/alapkeplet-skalaris-levezetese.pdf)

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2024. 05. 18.

Továbbiak: www.galgoczi.net